

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapă locală – 28 februarie 2016

Clasa a IX-a

Problema 1: a) Rezolvați ecuația:

$$[\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-1}] = x, x \in \mathbb{R}.$$

b) Arătați că există o infinitate de soluții $(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ale ecuației:

$$[\sqrt{m} + \sqrt{n}] = m - n,$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

Ionel Tudor, Călugăreni

Problema 2: Se consideră ecuației cu rădăcinile reale x_1 și x_2 :

$$x^2 - x + m = 0, m \in \mathbb{R}.$$

Să se afle m știind că $x_1^5 + x_2^5 = 211$.

Problema 3: Fie triunghiul ABC și M mijlocul laturii (BC) . Cercul de diametru (AH) taie dreptele BC , CA și AB în $A_1 \neq M$, N , respectiv P . Simetricul lui C față de N este B_1 , iar simetricul lui B față de P este C_1 . Arătați că dreptele AA_1 , BB_1 și CC_1 sunt concurente.

Șerban Olteanu, Giurgiu

Problema 4: Fie $ABCD$ un patrulater convex astfel încât $\overrightarrow{CD} = b\overrightarrow{AB}$, $b < 0$, $N \in (BC)$, $\frac{NB}{NC} = a$, $a > 0$, $a \neq 1$, M un punct situat pe BD . Fie $x = \frac{MD}{MB}$, $x > 0$, $x \neq 1$; $x \neq b$. Să se afle x , știind că punctele A , M , N sunt coliniare.

Stelian Piscan, Giurgiu